

「方法ばばぬき」における非対称性を利用した ゲーム回数の確率的制御

田中翼 (音楽家)

概要 本稿では、旧方法主義者の三名のアーティスト（中ザワヒデキ、松井茂、三輪眞弘）によるパフォーマンス作品「方法ばばぬき」の上演における、不確定な上演時間のコントロールのために、どのような初期選択を行えば望ましいのかを数理的に分析し、その結果を示す。「方法ばばぬき」においては使用するトランプの枚数が53枚と素数であることから、プレイヤーに配られる枚数が均等にならないという非対称性がある。ここに着目し、分析を行った結果、開始方法の選択によって上演時のゲームの回数が大きく変動する事がわかり、3名による上演の場合について最適な上演の開始方法が解明された。これにより、上演が終わるまでのゲームの回数を確率的にコントロールできるようになった。この結果として得られた最適な開始方法は、作者の三輪眞弘氏によって、私の名前にちなんで「つばさ始め」と命名された。

1 「方法ばばぬき」とその上演の問題

「方法ばばぬき」とは、旧方法主義者の三名（中ザワヒデキ、松井茂、三輪眞弘）によって2002年に作られたパフォーマンス作品である。この作品ではトランプの「ばばぬき」に新たなルールを付加することにより、選択できるカードが一意に制限される。その選択の固定性ゆえにゲームが膠着状態（ループ）に入ることがある。ループに入らなかった場合はループに入るまでゲームが繰り返される。それゆえ、プレイヤーは「なかなかループに入らなくてあせる」（中ザワヒデキ氏）という事態に陥ることがしばしばある。また中ザワヒデキ氏によれば、作者としては「上演は1回で終わるのが望ましい」とのことである。そこでゲームの回数をコントロールする「方法」が望まれる。本稿ではそのような「方法」の検討を行う。

2 「方法ばばぬき」のルール

「方法ばばぬき」において「ばばぬき」に対して新たに付加されたルールとは「カードを引く際、相手の最も端のカードを引き、自分のカードの反対の端に収める。そしてカードの配置は変えない。」というものである。このルールによって、プレイヤーはカードの選択の余地がなくなる。したがって、ばばがどこに行くかということや、誰が勝つかということは、ゲームをスタートした時点ですでに定まっているということになる。このルールは、通常の「ばばぬき」での「ばばが来ないかドキドキしながら、どのカードを引こうか選ぶ」という行為の無化につながり、ゲームをゲームとして成り立たせているメタ・ルールが台無しにされてしまう。それにもかかわらず、ばばを引いたプレイヤーは、一意に定められた運命に無自覚である

かのように「あつ」と声を発したりして驚かせてみせたりするので、観客は不気味な自動運動を行っているプレイヤー達の姿を目にする事になる。

3 「方法ばばぬき」の結末

カードの選択ルールによる自動運動の結末には2通りの可能性がある。1つは通常のばばぬき同様、カードがなくなった人から上がるというもので、2つ目は、いつまでたってもカードが減らず、ループに入るというものである。

ここで、結末がこの2通り以外にないことは次のことを考えればわかる。まず、カードの枚数は有限であるため、ゲームの始まりの「局面」の可能性も有限個である。この個数を s 通りとする。ゲームをスタートして $s+1$ 回目の局面まで終わらずに来たとして、ここまでの局面の履歴を考える。局面の種類は s 種類しかないので、この中には必ず同じ局面の重複が含まれている。再び同じ局面にたどり着いたら、その先の進行は前にその局面を通過した時と同じように進行するから、その先は延々と同じループを繰り返すことになる。したがって $s+1$ 回目以降にループから外れてゲームが終わることはない。すなわち、 s 回目までに終わるか、ループに入るかのいずれかである。

4 ゲーム回数の不確定性

「方法ばばぬき」では、ゲームがループに入らずに誰かが勝ったら、改めてもう1ゲーム行い、ループに入るまで反復される。そのため、ゲームが何度繰り返されるかは不確定であり、ゲームが繰り返される回数が多くなって問題になることがある。実際、2009年4月20日、武蔵小金井アートランドでの上演は、なかなかループに入らなかったため、イベントは次

の演目に進み、「方法ばばぬき」はその傍らで続けられるという、単線的な順序を逸脱する上演となった。それはそれで興味深いのだが、上演時間が未定であって、制御できないのは実際上問題となる。また、三輪眞弘氏によれば「作者として、理論的なレベルで把握をしていないと不満が残る」とのことであった。

三輪氏のこのような理論的なレベルの問題を解決するためには、ループに入る確率を調べ、上演終了までのゲーム回数の期待値を求めるということが考えられる。それが可能ならば上演時間の目安を把握することができるだろう。だが、そのような期待値を把握をしたとしても、上演にかかる時間を能動的にコントロールする方法が無い限りは、上演にかかる時間が変わるわけではない。では、上演にかかる時間を能動的にコントロールする方法が無いだろうか。

5 初期条件の非対称性と6通りの確率

ここで、上演時間の能動的コントロールに対する私の着眼点を述べる。もし初期配置においてカードの分配が平等だとすれば、誰から始めても同じ確率でループに入るだろう。しかし、使われるトランプは $13 \times 4 + 1 = 53$ 枚ある。53は素数であるから、各プレイヤーに配られる枚数は平等にならない（53人でなければ!）。ここに注目すると、ループに入る確率は、最初に配られた枚数の違いによって異なる可能性がある。この違いがもしある程度以上有意なレベルにあれば、早く終わる初期配置を選ぶなどして、終わるまでの回数の期待値をコントロールすることができるはずである。以下ではそのようなコントロールがどの程度可能かを検証していく。

「方法ばばぬき」は方法主義者3人によって作られ、上演されてきたということから、ここからはプレイヤー数を3に固定して話を進める。最初に配る枚数は17枚が1人、18枚が2人となる。枚数だけでなく、順番の回る方向の違いもあるので、ループに入る確率値は3通りあることになる。また、カードを引く順番はカードを引いた人が次に隣の人に引かれる側になる場合と、カードを引かれた人が次に引く人になるという方向の2通りの可能性がある。それぞれについて誰から始めるかは3通りあるので、全部で6種類の確率があることになる。それら6通りの始め方において、ループに入る確率と、ループに入るまでの回数の期待値を調べるのが課題となる。

6 確率の統計的な近似

では、6通りの確率を実際求めるにはどうすれば良いのか。ばばぬきは複雑な条件分岐の入った進行をす

るので、非線形的な予測の困難さがあり、論理的に確率を求めることは困難であると思われる。しかし、離散的で有限なゲームなのだから、ばばぬきのルールをコンピュータでプログラミングして、あらゆる初期値に対して試行し、ループに入るかどうかをしらみつぶしに調べて、ループに入る確率を求めることが考えられる。ただし、とりうる初期値は膨大であり、全てについて計算しようとしても現実的な時間では終わらないだろう。そこで、厳密な確率値を得るのではなくランダムな初期値で多くの回数試行して、ループに入ったかどうかの統計をとり、確率の近似値をとることとする。

7 シミュレーションによる統計値

方法ばばぬきのルールをプログラミングして、各始め方について100万回の統計を取った。カードを引く方向は先に述べたように2通りあるのでそれらをルール1とルール2と呼び、次のように定める。

ルール1：カードを引いた人が次に引かれる人になる

ルール2：カードを引かれた人が次に引く人になる

両者についてループに入る確率の統計値は次のようになった。

ルール1のとき

- 17枚の人から始める場合：35.2%
- 18枚の人（17枚の人から進行方向2番目）から始める場合：66.5%
- 18枚の人（17枚の人から進行方向3番目）から始める場合：34.5%

ルール2のとき

- 17枚の人から始める場合：94.0%
- 18枚の人（17枚の人から進行方向2番目）から始める場合：75.1%
- 18枚の人（17枚の人から進行方向3番目）から始める場合：73.8%

8 上演が終わるまでのゲーム回数の期待値

次に、ループに入り上演が終わるまでのゲーム回数の期待値 E を求める。1回の試行において、ループに入る確率を x として n 回で終わる確率は $(1-x)^{n-1}x$ なので期待値は次の式で書ける。

$$E = x + 2(1-x)x + 3(1-x)^2x + \dots$$

$$= x\{1 + 2(1-x) + 3(1-x)^2 + 4(1-x)^3 + \cdots\}$$

ここで、 $y = 1-x$ とおき、 $f(y) = y + y^2 + y^3 + y^4 + \cdots$ とすると下式右の中括弧の中身は $f(y)$ を y で微分した形になっており、また $f(y)$ は等比級数の和となっているため、公式より $f(y) = y/1-y$ と書けるので

$$\begin{aligned} E &= x \frac{df}{dy} \\ &= x\{1/(1-y)^2\} \\ &= x/x^2 \\ &= 1/x \end{aligned}$$

となる。 x の値として先に得た統計値を代入すると、期待値は次のようになる。

ルール1 のとき

- 17 枚の人から始める場合：2. 84 回
- 18 枚の人（17 枚の人から進行方向2 番目）から始める場合：1. 50 回
- 18 枚の人（17 枚の人から進行方向3 番目）から始める場合：2. 90 回

ルール2 のとき

- 17 枚の人から始める場合：1. 06 回
- 18 枚の人（17 枚の人から進行方向2 番目）から始める場合：1. 33 回
- 18 枚の人（17 枚の人から進行方向3 番目）から始める場合：1. 36 回

9 結論

以上の結果から、ルール2 をとった場合の方が早くループに入れることがわかる。そして、ルール2 で17 枚の人から始めるのが最適な始め方であり、1 回で終わられる可能性が極めて高いということがわかった。この始め方によって、上演時間に関する懸念は払拭する事ができたと考えられる。なおこの結果を承けて、最適な始め方とルールの選択は、作者の1 人である三輪眞弘氏によって、私の名前にちなんで「つばさ始め」と命名された。

参考文献

- [1] 石井香絵: 中ザワヒデキの美術, トムズボックス, 2008.
- [2] 斉藤倫, 田中庸介, 山崎広幸, 高岡淳四, 中ザワヒデキ: 「妃」第13 号, しまや出版, 2005.